

ВВЕДЕНИЕ

В курсе «Теоретическая механика» студенты изучают общие свойства движения и равновесия материальных тел.

Дается перечень вопросов, которые как основная часть курса должны изучаться студентами всех специальностей.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОК-10 - использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического и компьютерного моделирования в теоретических и расчетно-экспериментальных исследованиях.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: задачи статики, кинематики и динамики, основные законы механики, общие теоремы динамики точки и механической системы.

Уметь: составлять уравнения равновесия для различных систем сил, находить скорости и ускорения точек при различных способах задания движения, определять характеристики движения твердых тел, составлять и интегрировать дифференциальные уравнения движения точки, применять общие теоремы динамики для изучения движения механических систем.

Владеть: методами решения систем алгебраических уравнений и дифференциальных уравнений, навыками использования прикладных программ вычислений на ЭВМ при выполнении расчетов.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Введение. Механическое движение как одна из форм движения материи. Предмет механики. Теоретическая механика и ее место среди естественных и технических наук. Механика как теоретическая база ряда областей современной техники.

СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Основные понятия и аксиомы статики. Предмет статики. Основные понятия статики: абсолютно твердое тело, сила, эквивалентные и уравновешенные системы сил, равнодействующая, Аксиомы статики. Связи и реакции связей.

Система сходящихся сил. Равнодействующая сходящихся сил. Геометрическое и аналитическое условия равновесия системы сходящихся сил.

Система сил, расположенных на плоскости (плоская система сил). Алгебраическая величина момента силы. Пара сил, ее свойства. Аналитические условия равновесия плоской системы сил.

Сцепление и трение тел. Законы Амонтона-Кулона. Коэффициенты сцепления и трения скольжения.. Трение качения.

Центр тяжести. Центр тяжести твердого тела и его координаты. Центр тяжести объема, площади и линии. Способы определения положения центров тяжести.

КИНЕМАТИКА

Введение в кинематику. Предмет кинематики. Пространство и время в классической механике. Относительность механического движения. Система отсчета. Задачи кинематики.

Кинематика точки. Векторный способ задания движения точки. Скорость точки как производная от ее радиус-вектора по времени. Координатный способ задания движения точки в прямоугольных декартовых координатах. Определение скорости и ускорения точки по их проекциям на координатные оси.

Естественный способ задания движения точки. Алгебраическая величина скорости точки. Определение ускорения точки по его проекциям на оси естественного трехгранника: касательное и нормальное ускорения точки.

Кинематика твердого тела. Поступательное движение твердого тела.. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение (закон) вращательного движения твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение тела. Скорость и ускорение точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Динамика

Введение в динамику. Предмет динамики. Основные понятия и определения: масса, материальная точка, сила. Законы механики Галилея-Ньютона. Инерциальная система отсчета. Задачи динамики.

Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки в декартовых координатах. Две основные задачи динамики для материальной точки.

Общие теоремы динамики точки. Количество движения материальной точки. Импульс силы. Теорема об изменении количества движения точки. Кинетическая энергия материальной точки. Элементарная работа силы. Работа силы на конечном перемещении точки ее приложения. Мощность. Теорема об изменении кинетической энергии точки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М., 2009 – 416 с.
Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике. М., 2005- 448 с.
Пирогов С.П. Конспект лекций по теоретической механике. Тюмень, ТюмГНГУ, 2005-108 с.

Митягин Н.П., Пирогов С.П. Понятия, формулы, уравнения теоретической механики (справочник). Тюмень, ТюмГНГУ, 2005-108 с.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЙ, ВЫБОР ВАРИАНТОВ, ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ, ПОЯСНЕНИЯ К ТЕКСТУ ЗАДАЧ

Контрольное задание по теоретической механике состоит из трех задач.

К каждой задаче дается 10 рисунков и таблица (с тем же номером, что и задача), содержащая дополнительные к тексту задачи условия. Нумерация рисунков двойная, при этом номером рисунка является цифра, стоящая после точки. Например, рис. 1.4 - это рис. 4 к задаче 1 и т.д. (в тексте задачи при повторных ссылках на рисунок пишется просто рис. 4). Номера условий от 0 до 9 проставлены в 1-м столбце (или в 1-й строке) таблицы.

Студент во всех задачах выбирает номер рисунка по предпоследней цифре шифра, а номер условия в таблице - по последней; например, если шифр оканчивается числом 46, то берет рис. 4 и условия № 6 из таблицы.

Задание выполняется в отдельной тетради (ученической), страницы которой нумеруются. На обложке указываются: название дисциплины, номер работы, фамилия и инициалы студента, учебный шифр, факультет, специальность и адрес. На первой странице тетради записываются: номер работы, номера решаемых задач и год издания контрольных заданий.

Решение каждой задачи обязательно начинать на развороте тетради (на четной странице, начиная со второй). Сверху указывается номер задачи, далее делается чертеж (можно карандашом) и записывается, что в задаче дано и что требуется определить (текст задачи не переписывать).

Чертеж должен быть аккуратным и наглядным. Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и

т.п.) и подробно излагать весь ход расчетов. На каждой странице следует оставлять поля для замечаний рецензента.

При чтении текста каждой задачи учесть следующее. Большинство рисунков дано без соблюдения масштаба.

Следует также иметь в виду, что некоторые из заданных в условиях задачи величин (размеров) при решении каких-нибудь вариантов могут не понадобиться, они нужны для решения других вариантов задачи. Из всех пояснений в тексте задачи обращайтесь внимание только на относящиеся к вашему варианту, т.е. к номеру вашего рисунка или вашего условия в таблице.

Методические указания по решению задач, входящих в контрольные задания, даются для каждой задачи после изложения ее текста под рубрикой "Указания"; затем дается пример решения аналогичной задачи. Цель примера разъяснить ход решения, но не воспроизвести его полностью. Поэтому в ряде случаев промежуточные расчеты опускаются. Но при выполнении задания все преобразования и числовые расчеты должны быть обязательно последовательно проделаны с необходимыми пояснениями; в конце должны быть даны ответы.

Задача С1

Для заданной схемы балки (рис. 1) требуется определить опорные реакции. Данные взять из табл. 1.

Таблица 1

Варианты	a, м	b, м	l, м	Изгибающий момент M, кН*м	Сосредоточенная сила F, кН
0	2,0	3,2	10	7	20
1	2,2	3,4	10	7	19
2	2,4	3,6	11	8	18
3	2,6	3,8	11	8	16
4	2,8	4,0	12	9	15
5	3,0	4,2	12	9	14
6	3,2	4,4	13	10	13
7	3,4	4,6	13	10	12
8	3,6	4,8	14	11	11
9	3,8	5,0	14	11	10

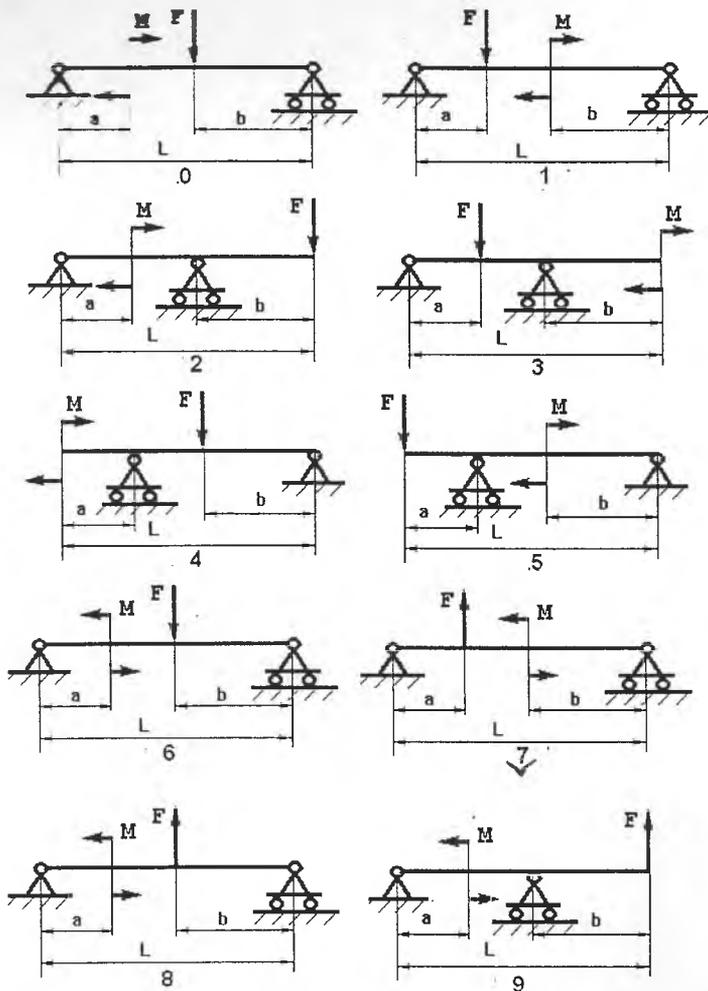


Рис.1

Пример С1. Для заданной схемы балки (рис. 2) требуется найти опорные реакции, если $L=10\text{м}$, $a=5\text{м}$, $b=2\text{м}$, $M=8\text{кНм}$, $F=18\text{кН}$.

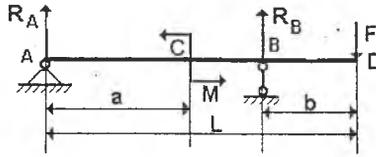


Рис.2

Решение. Так как горизонтальная нагрузка отсутствует, то опора А имеет только вертикальную реакцию R_A . Составляем уравнения равновесия в виде моментов всех сил относительно точек А и В.

$$\sum m_A(\vec{F}_k) = 0; \quad R_B(L - b) + M - FL = 0;$$

$$\sum m_B(\vec{F}_k) = 0; \quad -R_A(L - b) + M - Fb = 0;$$

откуда находим

$$R_B = \frac{FL - M}{L - b} = \frac{18 \cdot 10 - 8}{10 - 2} = 21,5 \text{ кН},$$

$$R_A = \frac{-Fb + M}{L - b} = \frac{-18 \cdot 2 + 8}{10 - 2} = -3,5 \text{ кН}.$$

Для проверки составим уравнение равновесия на вертикальную ось:

$$\sum F_{ky} = 0; \quad R_A + R_B - F = 21,5 - 3,5 - 18 = 0;$$

Контрольные вопросы

1. Как находится проекция силы на ось?
2. В каком случае проекция силы на ось равна нулю?
3. В каком случае проекция силы на ось равна модулю силы?
4. В каком случае проекция силы на ось отрицательна?
5. Сколько уравнений равновесия составляется для плоской сходящейся системы сил?
6. В какую сторону направлена реакция стержня с шарнирным крепление концов?
7. Как находится момент силы относительно точки?
8. В каком случае момент силы относительно точки равен нулю?
9. Сколько уравнений равновесия составляется для плоской произвольной системы сил?
10. Как направлены реакции в неподвижном шарнире?
11. Как направлена реакция в подвижном шарнире?

Задача К1

Точка В движется в плоскости xOy). Закон движения точки задан уравнениями: $x=f_1(t)$, $y=f_2(t)$, где x и y выражены в сантиметрах, t - в секундах.

Найти уравнение траектории точки; для момента времени $t_1=1c$ определить скорость и ускорение точки.

Зависимость $x=f_1(t)$ указана в табл. 2, а зависимость $y=f_2(t)$ дана в табл. 3. Номер варианта в табл.2 выбирается по предпоследней цифре шифра, а номер условия в табл. 3 - по последней.

Указания. Задача К1 относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки).

В данной задаче все искомые величины нужно определить только для момента времени $t_1=1c$.

Таблица 2

№ вар.	$x = f(t)$	№ вар.	$x = f(t)$
0	$x = 4t$	5	$x = 2t$
1	$x = 3 - 2t$	6	$x = 2t + 2$
2	$x = 3t$	7	$x = 3t - 2$
3	$x = 4 - 2t$	8	$x = 6t - 3$
4	$x = 2t + 4$	9	$x = 4 - 2t$

Таблица 3

№ вар.	$y = f(t)$	№ вар.	$y = f(t)$
0	$y = t^2 - 2$	5	$y = 3t^2 - 2$
1	$y = (t + 4)^2$	6	$y = (t + 1)^3$
2	$y = 4 + 2t^2$	7	$y = 6t^2$
3	$y = 2(t + 1)^2$	8	$y = 2t^3$
4	$y = 4t^2 - 2$	9	$y = 4t^3$

Пример К1. Даны уравнения движения точки в плоскости xOy :

$$x = 2t, \quad y = t^2 \tag{1}$$

(x, y - в сантиметрах, t - в секундах).

Определить уравнение траектории точки; для момента времени $t_1 = 1$ с найти скорость и ускорение точки.

Решение. Для определения уравнения траектории точки исключим из заданных уравнений движения время t .

Отсюда находим следующее уравнение траектории точки (парабола, рис. 3):

$$y = x^2 / 4 \quad (2)$$

Скорость точки найдем по ее проекциям на координатные оси:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = 2; \quad V_y = \frac{dy}{dt} = 2t; \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

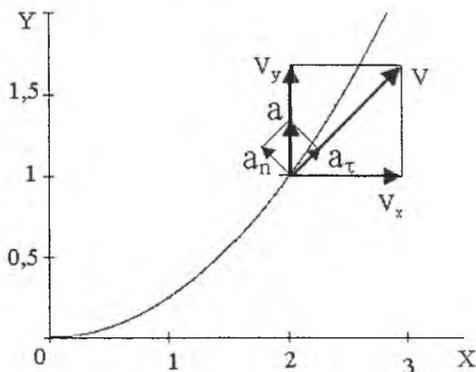


Рис.3

и при $t=1$ с : $V_{1x} = 2$ см/с, $V_{1y} = 2$ см/с, $V_1 = 2,83$ см/с. (3)

Аналогично найдем ускорение точки :

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0; \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = 2; \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

и при $t=1$ с $a_{1x} = 0$ см/с², $a_{1y} = 2$ см/с², $a_1 = 2$ см/с². (4)

Контрольные вопросы

1. Какими способами может быть задано движение точки?
2. Что задается при векторном способе задания движения?
3. Что задается при координатном способе задания движения?
4. Что задается при естественном способе задания движения?
5. Как находится траектория точки координатном способе задания движения?
6. Как находится скорость и ускорение точки векторном способе задания движения?
7. Как находится скорость и ускорение точки координатном способе задания движения?
8. Как находится скорость и ускорение точки естественном способе задания движения?

Задача Д1

Груз D массой m , получив в точке A начальную скорость v_0 , движется в изогнутой трубе ABC, расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы или оба наклонные, или один горизонтальный, а другой наклонный (рис.4, табл. 4).

На участке AB на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила Q (ее направление показано на рисунках).

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действует переменная сила F, проекция которой F_x на ось x задана в таблице.

Считая груз материальной точкой и зная время t_1 движения груза от точки A до точки B, найти скорость груза на участке BC через $t_2 = 2$ сек после выхода из точки B. Трением груза о трубу пренебречь.

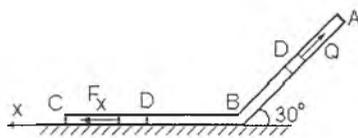


Рис. Д1.0

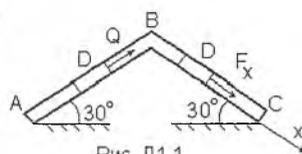


Рис. Д1.1

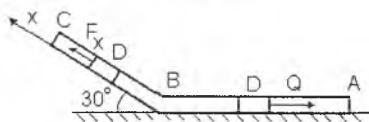


Рис. Д1.2

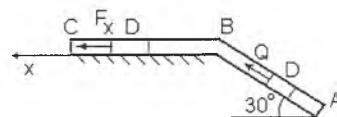


Рис. Д1.3

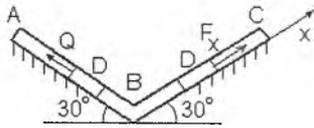


Рис. Д1.4

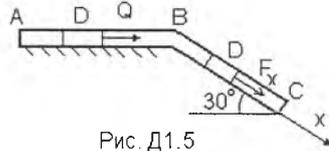


Рис. Д1.5

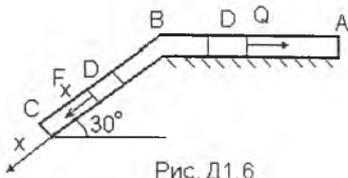


Рис. Д1.6

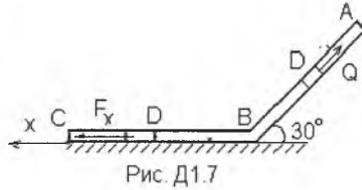


Рис. Д1.7

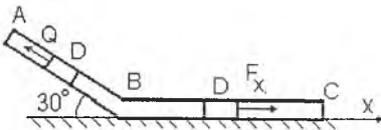


Рис. Д1.8

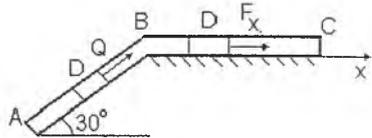


Рис. Д1.9

Рис.4

Таблица 4

Номер условия	m, кг	v ₀ , м/с	Q, Н	t ₁ , с	F _x , Н
0	2.4	12	5	1.5	2t
1	2	20	6	2.5	2t ²
2	8	10	16	3	3t ² -1
3	1.8	24	5	2	2t ² +1
4	6	15	12	1	t ³
5	4.5	22	9	3	t ³ +2t
6	4	12	10	2.5	2t ² -1
7	1.6	18	4	2	3t
8	4.8	10	10	1	3t ²
9	3	22	9	3	2t ² -1

Указания. Задача Д1 - на интегрирование дифференциальных уравнений движения точки (решение основной задачи динамики). Решение задачи разбивается на две части. Сначала нужно составить и проинтегрировать методом разделения переменных дифференциальное уравнение точки (груза) на участке АВ, учтя начальные условия. Затем, зная время движения груза на участке АВ или длину этого участка, определить скорость груза в точке В. Эта скорость будет начальной для движения груза на участке ВС. После этого нужно составить и проинтегрировать дифференциальное уравнение движения груза на участке ВС тоже с учетом начальных условий, ведя отсчет времени от момента, когда груз находится в точке В, и полагая в этот момент $t = 0$.

Пример Д1. На вертикальном участке АВ трубы (рис.5) на груз D массой m действуют сила тяжести и постоянная сила Q ; время движения на участке АВ t_1 , скорость в точке А V_0 . На наклонном участке ВС на груз действуют сила тяжести и переменная сила $F = F(t)$, заданная в ньютонах.

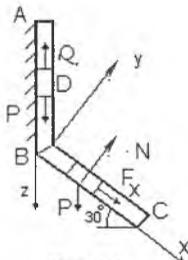


Рис. Д1

Дано : $m = 2$ кг, $Q = 4$ Н

$v_0 = 5$ м/с, $t_1 = 2,5$ с, $F_x = t^2 + 1$.

Определить : v_2 - скорость движения груза на участке ВС через $t_2 = 2$ с после выхода из точки В..

Решение. Рассмотрим движение груза на участке АВ, считая груз материальной точкой. Изображаем груз (в произвольном положении) и действующие на него силы $P = mg$ и R . Проводим ось A_z и составляем дифференциальное уравнение движения груза в проекции на эту ось :

$$m \frac{dv_z}{dt} = \sum F_{kz} \quad \text{или} \quad (1)$$

Далее находим : $P_z = P = mg$. Учтя , что $v_z = v$, получим

$$m \frac{dv}{dt} = mg - Q \quad (2)$$

Разделяя в уравнении (2) переменные, а затем беря от обеих частей интегралы, получим

$$V = \left(g - \frac{Q}{m}\right)t + C_1.$$

По начальным условиям при $t=0$ $v = v_0$, что дает $C_1 = V_0 = 5$ м/с.

В результате находим

$$V = (g - \frac{Q}{m})t + 5 \quad (3)$$

Полагая в равенстве (3) $t = 2.5$ м, определим скорость v_B груза в точке В :

$$V_B = (10 - \frac{4}{2})2,5 + 5 = 25 \text{ м/с.}$$

Теперь рассмотрим движение груза на участке ВС; найденная скорость v_B будет для движения на этом участке начальной скоростью ($v_0 = v_B$). Изображаем груз (в произвольном положении) и действующие на него силы $P = mg$, N и F .

Проведем из точки В ось ВХ и составим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на эту ось :

$$m \frac{dv_x}{dt} = P_x + N_x + F_x . \quad (4)$$

Так как $P_x = P \sin 30^\circ = 0.5 mg$, $N_x = 0$, $F_x = t^2 + 1$, то уравнение (4) примет вид

$$m \frac{dv_x}{dt} = 0.5mg + t^2 + 1 .$$

Разделив обе части равенства на $m = 2$ кг и полагая опять $g \cong 10$ м/с², получим

$$\frac{dv_x}{dt} = 5,5 + 0,5t^2 .$$

Умножая обе части уравнения на dt и интегрируя, найдем

$$v_x = 5,5t + 0,5t^3/3 + C_2 .$$

Будем теперь отсчитывать время от момента, когда груз находится в точке В, считая в этот момент $t = 0$. Тогда при $t = 0$ $v_x = v_0 = v_B$. Подставляя эти величины в (11), получим

$$C_2 = v_B = 25 \text{ м/с.}$$

Тогда $v_x = 5,5t + 0,5t^3/3 + 25$.

Подставляя время движения на участке ВС $t_2 = 2$ с находим

$$v_x = 5,5 \cdot 2 + 0,5 \cdot 2^3/3 + 25 = 37,3 \text{ м/с.}$$

Контрольные вопросы

1. Как формулируется первый закон динамики?
2. Как формулируется второй закон динамики?
3. Как формулируется третий закон динамики?
4. Как записываются дифференциальные уравнения движения точки в декартовой системе координат?
5. Для чего нужны начальные условия?
6. Как формулируются задачи динамики?
7. Как связаны вес и масса тела?
8. Какие единицы являются основными в системе СИ?
9. В каких единицах выражается сила в системе СИ?
10. Что такое ускорение свободного падения?

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. Методические указания к выполнению контрольных работ и задания по технической механике для студентов специальностей НДБз

Составитель: д.т.н., профессор Пирогов С.П.

Подписано в печать _____ 2013. Формат 60×90 1/16. Усл. печ. л. __ 1 __
Тираж экз. Заказ № _____

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего профессионального образования
«Тюменский государственный нефтегазовый университет»
625000, г. Тюмень, ул. Володарского, 38.

Отдел оперативной полиграфии издательства.
625039, Тюмень, ул. Киевская, 52.